4.

I GIOCHI STRATEGICI DI POLITICA MONETARIA

L'analisi della politica monetaria in termini di giochi strategici emerge nelle analisi della NMC e soprattutto dalla "critica di Lucas" ai modelli di previsione usati per la politica monetaria. Precedentemente, si assumeva che i *policy maker*s potessero controllare l'economia dall'esterno del sistema economico stesso. L'analogia usata era quella del controllo della traiettoria di un missile che risponde automaticamente ai comandi dati dalla centrale di controllo; il settore privato dell'economia era pensato come un meccanismo caratterizzato da degli automatismi di comportamento (il missile dell'analogia), mentre il *policy maker* era la centrale operativa che con le sue azioni (es. la politica monetaria) poteva influenzare il comportamento dell'economia, proprio perché questa rispondeva in modo "meccanico" agli impulsi delle differenti politiche. Se però gli agenti fanno previsioni con le AR, come nel modello delle isole di Lucas, allora includeranno in tali attese anche il tentativo di controllo messo in atto dai *policy makers*.
Questo problema è stato studiato, alla fine degli anni 70, da due importanti economisti della NMC, Finn Kydland e Edward Prescott, con la teoria matematica del controllo ottimo e con la teoria matematica dei giochi. Lo studio di Kydland e Prescott (1977) ha aperto la strada ad un intero filone di ricerca, che a partire dalla critica di Lucas, ha completamente ridisegnato la teoria della politica macroeconomica. I principali risultati ottenuti da Kydland e Prescott con i loro primi modelli sono essenzialmente due: la spiegazione del livello medio di inflazione che si registra nelle economie avanzate[1], e la scoperta di un nuovo ed importante meccanismo alla base dell'interazione tra il settore privato e i policy makers: la cosiddetta *incoerenza temporale*.
In termini moto schematici, il problema dell'incoerenza temporale può essere sintetizzato così. Nella fase iniziale dell'interazione, i privati scelgono un sentiero di sviluppo delle loro variabili di controllo. Tra queste, come visto nel modello di Lucas, vi è anche l'aspettativa sul valore che assumerà la variabile di politica economica sotto il controllo delle autorità monetarie, diciamo ad esempio il livello dell'offerta di moneta. Ciò poichè i privati formulano AR, le quali sono *forward looking*, ovvero rivolte al futuro. Dunque la variabili endogene scelte dai privati dipenderanno anche dalle previsioni sulla politica seguita in futuro, non solo da quella corrente o passata. Il *policy maker* farà da parte sua un annuncio riguardo al valore che assegnerà al suo strumento[2]; Se i privati credono all'annuncio sulle politiche future fatto dalle autorità all'inizio, allora attueranno certi comportamenti; ciò però potrebbe ingenerare una situazione in cui le autorità, da un certo istante in poi troveranno utile *cambiare* le politiche rispetto a quelle annunciate.
Questo tipo di problema si presta ad essere analizzato tramite la teoria dei giochi, poiché tra le azioni dei privati (formazione delle aspettative) e le azioni del policy maker sussiste un'*interazione strategica*. Se, seguendo Lucas, i privati includono nelle loro strategie d'azione le previsioni sulla politica futura seguita dal policy maker, allora le loro azioni dipendono dalla conoscenza che hanno delle azioni di questo ultimo. D'altra parte, le autorità di policy, nel decidere la politica monetaria terranno conto delle azioni e strategie prescelte dai privati. Quando le scelte di due o più agenti decisionali dipendono anche dalle scelte degli altri agenti coinvolti nel problema, ha luogo un'interazione strategica tra le parti che può essere analizzata con gli strumenti della teoria dei giochi (cfr. il riquadro).

[1] La teoria di Kydland e Prescott è paro valida solo per di inflazione relativamente moderata e non patologica, come invece possono essere le fasi di crisi profonda caratterizzate da iperinflazione.
[2] In effetti potrebbe non fare nessun annuncio particolare in merito, ma questa assenza di comunicazione verrebbe comunque scontata e considerata dai privati.

La definizione di gioco strategico

In un gioco la funzione di utilità del singolo giocatore dipende non solo dalle azioni o strategie che esso decide di attuare, ma anche dalla azioni o strategie attuate dagli altri giocatori.

Quindi si ha l'<u>interdipendenza strategica:</u> le azioni (o meglio le strategie) scelte da un qualunque agente dipendono in effetti da quello che questo stesso agente pensa che saranno le azioni (o strategie) scelte dagli altri agenti.

Nel loro studio, successivamente approfondito da Barro e Gordon (1982), Kydland e Prescott analizzano questa interazione strategica esplicitamente con un modello macroeconomico molto semplice, per mostrare con la teoria dei giochi come il problema dell'incoerenza temporale faccia sì che la politica monetaria migliore (quella pareto-effciente) *non* sia ottenibile, perché affetta dal problema dell'incoerenza temporale, che trova la sua più naturale definizione proprio nell'ambito dei concetti di equilibrio sviluppati dalla teoria dei giochi. Nelle sezioni seguenti analizzeremo in dettaglio il modello di Kydland e Prescott.

IL *MONETARY POLICY GAME* DI KYDLAND E PRESCOTT (1977)

La descrizione del modello parte dalla rappresentazione stilizzata di un sistema economico molto semplificato, in cui gli agenti formulano delle aspettative razionali. L'economia è composta da due agenti: una autorità di politica monetaria (BC: banca centrale) e un settore privato, considerato nel suo complesso come un agente rappresentativo. La BC è interessata sia all'inflazione π che all'output y. I privati sono invece interessati solo alla produzione reale, y, che può essere pensata, come nel modello di Lucas, proporzionale all'occupazione. L'economia è governata da una curva di Phillips aumentata con le AR, che coincide con la curva di offerta *a là* Lucas vista nelle sezioni precedenti, a cui si può sostituire il livello di inflazione al posto del livello dei prezzi.
L'inflazione "a sorpresa" produrrebbe dei benefici alla BC: consentirebbe infatti di aumentare l'output, generando un esito pareto-efficiente. I privati però conoscono gli obiettivi della BC e quindi sanno che questa cercherà di realizzare un certo ammontare di inflazione a sorpresa; pertanto cercheranno di attuare strategie che prevengano questa possibilità, generando un esito pareto-inefficiente. Vediamo nel dettaglio il meccanismo del gioco.

Il policy game

Il funzionamento del settore privato dell'economia è dunque rappresentato da un modello come quello delle isole di Lucas, che può essere sintetizzato dalla curva di offerta a sorpresa:

$$y = y^{\circ} + b(\pi - \pi^e)$$

dove π^e e il tasso atteso di inflazione, coincidente con le AR formulare dai provati: $\pi^e = E(\pi | I)$, mentre y° è il livello "naturale" del reddito o output. Quest'ultimo deve intendersi come quel livello di output che il sistema raggiungerebbe qualora le aspettative dei privati coincidessero con il livello effettivo di inflazione.
La funzione obiettivo del settore privato è data da una funzione di perdita da minimizzare:

$$V = (y - y^{\circ})^2 \qquad \text{cioè} \qquad V = b^2(\pi - \pi^e)^2$$

essa stabilisce che i privati non sono direttamente interessati al livello dei prezzi, ma solo al livello delle variabili reali in gioco; può essere facilmente dedotta dalla funzione obiettivo (2) vista nelle sezioni precedenti, cioè legata al consumo e al lavoro dei privati. Il fatto che sia quadratica, può essere considerata come un'approssimazione.
La funzione obiettivo delle autorità è data da una funzione di costo sociale da minimizzare, anch'essa quadratica:

$$U = \frac{1}{2}\left[\beta\pi^2 + (y - y^*)^2\right] \qquad \beta > 0,$$

Il target di inflazione per la BC coincide con valore nullo: $\pi^* = 0$, mentre il target di reddito è *maggiore* di quello naturale: $y^* = y° + k > y°$ (cioè $k > 0$). A prima vista parrebbe naturale ipotizzare che l'obiettivo sociale del reddito coincida con quello del settore privato, cioè con $y°$, però si possono avanzare diverse giustificazioni per l'obiettivo y^*; si può ad esempio pensare che l'economia sia caratterizzata da rigidità e imperfezioni reali (dei prezzi relativi cioè) che impediscano al sistema di raggiungere l'ottimo paretiano completo anche quando i privati formulano aspettative corrette. Si pensi ad esempio a qualche imperfezione del mercato del lavoro, come il potere di mercato di alcune organizzazioni o i salari di efficienza, che impedisce che la disoccupazione di equilibrio con AR sia pari a quella puramente frizionale.

Il gioco è <u>uniperiodale a informazione perfetta</u>: ogni agente conosce tutte le regole del gioco e le caratteristiche dell'avversario. Le azioni a disposizione delle due parti sono date dalle aspettative sull'inflazione per i privati e dall'inflazione effettiva per la BC, cioè

Insieme delle azioni dei privati: $A_p = \{\pi^e\}$

Insieme delle azioni della BC : $A_{BC} = \{\pi\}$

Il gioco ha una <u>struttura gerarchica delle mosse</u>: i privati muovono per primi, fissando π^e; le autorità, dopo aver osservato il π^e così determinato, decidono il livello dell'inflazione π. Si tratta di un *gioco di Stackelberg*: i privati sono il *leader* e la BC è il *follower*, e pertanto i privati hanno un vantaggio strategico sulla BC. Potendo infatti scegliere la loro mossa per primi, possono decidere la loro strategia prevedendo quale sarà la reazione del follower alle loro mosse. Al follower non resta che adeguarsi e decidere di conseguenza dopo che il leader ha scelto.
Nella soluzione del gioco, si procede con il metodo cosiddetto "a ritroso" (o backward induction), che consiste di tre fasi:

1) prima si determina la scelta del follower, che prenderà la decisione del leader π^e come un dato. Ciò consente di fissare una *funzione di risposta ottimale* del follower, cioè un legame tra π^e e π del tipo $\pi = f_{BC}(\pi^e)$;
2) a questo punto, si risolve il problema di scelta dei privati, che però include tra i suoi vincoli questa stessa funzione di risposta ottimale della BC, poiché il leader può prevedere la reazione del follower alle sue mosse. La soluzione sarà data da una funzione di scelta ottimale relativamente a π^e;
3) considerando congiuntamente la scelta di π^e e la funzione di risposta ottimale $\pi = f_{BC}(\pi^e)$ (cioè mettendo a sistema le due) si otterranno i valori di equilibrio di π^e e di π.

<u>*Fase 1): il problema di scelta della BC*</u>

La scelta della BC consiste nel problema di ottimo: minimizzare la U rispetto a π, considerando π^e come un dato e tenendo ovviamente conto della curva di offerta macroeconomica:

$$\min_{\pi} U = \frac{1}{2}\left[\beta\pi^2 + (y - y^*)^2\right]$$

$$\text{s.t. } y = y° + b(\pi - \pi^e)$$

$$y^* = y° + k$$

La condizione di primo ordine del problema è data da: $\frac{dU}{d\pi} = \beta\pi + b\left[b\left(\pi - \pi^e\right) - k\right] = 0$, da cui si ottiene facilmente la funzione di risposta ottimale della BC:

$$\pi = \frac{b}{\beta + b^2}k + \frac{b^2}{\beta + b^2}\pi^e \qquad \text{cioè} \qquad \pi = f_{BC}(\pi^e) \tag{1}$$

Fase 2) il problema di scelta dei privati

I privati minimizzeranno la V conoscendo la reazione della BC, quindi avranno come vincolo anche la funzione $\pi = f_{BC}(\pi^e)$ esplicitata nella (1):

$$\min_{\pi^e} V = \left(y - y^\circ\right)^2$$
$$\text{s.t. } \pi = \frac{b}{\beta + b^2}k + \frac{b^2}{\beta + b^2}\pi^e$$
$$y = y^\circ + b(\pi - \pi^e)$$

Questo problema si risolve sostituendo prima il valore π della risposta ottimale (1) nell'equazione della curva di offerta $y = y^\circ + b(\pi - \pi^e)$, e poi sostituendo quanto ottenuto nella V e minimizzando rispetto a π^e. Il problema si riduce dunque a:

$$\min_{\pi^e} V = b^2\left\{\frac{b}{\beta + b^2}k + \frac{b^2}{\beta + b^2}\pi^e - \pi^e\right\}^2 = b^2\left\{\frac{b}{\beta + b^2}k - \frac{\beta}{\beta + b^2}\pi^e\right\}^2$$

da cui si ottiene la condizione del primo ordine: $\frac{dV}{d\pi^e} = 2\left\{\frac{b}{\beta + b^2}k - \frac{\beta}{\beta + b^2}\pi^e\right\}\left(-\frac{\beta b^2}{\beta + b^2}\right) = 0$, che a sua volta conduce ad un esplicita soluzione per π^e:

$$\pi_d^{\ e} = \frac{b}{\beta}k \tag{2}$$

La (2) determina in modo univoco il valore dell'aspettativa che verrò scelta dai privati: esso è infatti solo funzione dei parametri del modello: i parametri di preferenza β e k e il parametro dell'offerta macroeconomica b.

Fase 2) il problema di scelta dei privati

La soluzione finale si ottiene mettendo a sistema la (1) e la (2), o meglio, sostituendo la (2) nella (1), cosi da ottenere anche la strategia della BC in funzione dei soli parametri del modello:

$$\pi_d^{\ e} = \frac{b}{\beta}k \qquad \text{quindi è:} \qquad \pi_d^{\ e} = \pi \tag{4}$$

ciò che è garantito anche dalle aspettative razionali.

Diversi tipi di equilibrio

La soluzione offerta dalla (4) potrebbe apparire come l'unica soluzione possibile del gioco, ma in effetti non è così. Infatti, nei giochi esistono in genere differenti possibili soluzioni a seconda del modo in cui gli agenti fanno congetture, con l'informazione a loro disposizione, sul comportamento degli avversari, e a seconda dei segnali che questi possono scambiarsi tra loro in qualche fase magari preliminare all'inizio vero e proprio del gioco stesso.
La soluzione (4) corrisponde in realtà ad uno solo dei possibili equilibri di questo gioco. Quello in cui entrambe gli agenti non si scambiano particolari segnali all'inizio dell'interazione e quindi prendono le loro decisioni in modo del tutto autonomo e "discrezionale". Qualora una delle due parti facesse diverse congetture sul possibile comportamento dell'altra, modificando la sua strategia, l'esito potrebbe essere diverso. In particolare, è possibile mostrare come questo gioco abbia tre possibili soluzioni di equilibrio: una soluzione con *discrezionalità*, una cosiddetta con *preimpegno*, e una con *imbroglio*.

<u>*Soluzione con discrezionalità*</u>:

Corrisponde a quella stabilita dalla (4). Per valutare gli esiti sociali di questo equilibrio si procede sostituendo le soluzioni (4) nella funzione obiettivo della società, data dalla *U*. Si ottiene:

$$U_d = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{\beta}+1\right)k^2 > 0 \qquad (5)$$

Vediamo ora le altre possibili soluzioni.

<u>*Soluzione con precommitment:*</u>

Ipotizziamo per esempio che la BC cerchi di migliorare la situazione imponendosi di seguire una regola monetaria fissa che corrisponde ad un tasso di inflazione $\pi = 0$. Essa cioè cioè si preimpegna (*precommit*) a seguire la regola $\pi_p = 0$. In questo caso, se il settore privato crede a questa intenzione antinflazionistica della BC, il suo problema di scelta risulta:

$$\begin{aligned} &\min_{\pi^e} V = (y - y^\circ)^2 \\ &\text{s.t. } \pi = 0 \\ &\qquad y = y^\circ + \beta(\pi - \pi^e) \end{aligned}$$

la cui soluzione è chiaramente $\pi_p{}^e = 0$. La perdita sociale si ottiene sostituendo $\pi_p{}^e = 0$ e $\pi_p = 0$ nella funzione di costo sociale U:

$$U_p = \frac{k^2}{2} \qquad (6)$$

Questa soluzione sembra allettante, però presenta alcuni problemi. Risulta in particolare che essa *non* è temporalmente coerente per la BC. Infatti, dopo aver annunciato che seguirà $\pi_p = 0$, la BC osserva che, se i privati credono alla sua intenzione, allora fisseranno $\pi_p{}^e = 0$. A questo punto, la funzione obiettivo della BC è diventata:

$$U = \frac{1}{2}\left[\beta\pi^2 + (b\pi - k)^2\right]$$

che è minimizzata per un valore di π diverso da 0. Quindi la soluzione ($\pi_p{}^e = 0$, $\pi_p = 0$) è *temporalmente incoerente* per il policy maker: una volta che i privati hanno creduto alla sua intenzione di fissare inflazione nulla, alla BC converrebbe *non confermare* le aspettative dell'altro giocatore, rinnegando il suo annuncio e fissando poi un livello di inflazione diverso. In questo caso è difficile aspettarsi che la BC mantenga il suo preimpegno a fissare $\pi_p = 0$: essa non ha sufficienti incentivi a farlo nel momento in cui arriva il suo turno di giocare effettivamente la mossa.

Soluzione con cheating (imbroglio):

Esiste anche un'altra eventualità che potrebbe configurarsi come un equilibrio del gioco. Si può mostrare infatti che la soluzione migliore per la BC è quella di "imbrogliare" i privati, agendo nel seguente modo:

- dichiarare che fisserà $\pi_c = 0$ all'inizio del gioco
- se i privati gli credono, fissare l'inflazione ad un livello diverso quando tocca a lei muovere.

Assumiamo in prima istanza che i privati credano all'annuncio di strategia antinflazonistica $\pi = 0$ proposta dalla BC. Il loro problema sarà:

$$\begin{aligned} &\min_{\pi^e} V = (y - y^\circ)^2 \\ &\qquad \text{s.t. } \pi = 0 \\ &\qquad\quad y = y^\circ + \beta(\pi - \pi^e) \end{aligned}$$

dalla condizione di primo ordine del problema si ottiene la scelta dei privati in termini di aspettative di inflazione:

$$\pi_c{}^e = 0 \tag{7}$$

A questo punto però la BC si troverà a minimizzare questa funzione obiettivo:

$$U = \frac{1}{2}\left[\beta\pi^2 + (b\pi - k)^2\right] \tag{8}$$

da cui si ottiene, come condizione del primo ordine, la scelta ottimale dell'inflazione effettiva:

$$\pi_c = \frac{b}{\beta + b^2}k$$

La soluzione con inganno prevede dunque la scelta di queste due strategie: $\left(\pi_c = \dfrac{b}{\beta + b^2} k; \quad \pi^e = 0\right)$. Sostituendo questi valori nella *U* otteniamo un valore della perdita sociale pari a:

$$U_c = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2 + \beta}{\beta}\right)^{-1} k^2 \qquad (9)$$

Si può però mostrare come anche tale soluzione *cheating* sia *temporalmente incoerente*, stavolta per i privati. Infatti, il gioco è a informazione completa quindi i privati conoscono la funzione obiettivo del governo, la *U*. Essi possono pertanto verificare che la strategia annunciata dalla BC all'inizio del gioco ,$\pi_c = 0$, *non è credibile* come promessa riguardo alle sue azioni future. I privati, conoscendo *U*, possono calcolarsi, tramite la (8), quale sarebbe la scelta della BC qualora loro accettassero di porre le loro aspettative pari a $\pi_c^e = 0$. Scoprirebbero in tal caso che la BC sceglierebbe, essendo razionale, un'inflazione non nulla pari a $\pi_c = \dfrac{b}{\beta + b^2} k$, smentendo così le loro aspettative.

Come varrà mostrato in seguito, almeno una delle due soluzioni con annuncio, quella con *precomittment* e quella con *cheating*, possono corrispondono in realtà a degli equilibri di Nash del gioco in forma estesa, che però *non* risultano anche perfetti nei sottogiochi. L'unico equilibrio di Nash perfetto bei sottogiochi del modello è infatti dato proprio dalla soluzione discrezionale, che pertanto sarà l'unica da essere prescelta dai due giocatori. In questo caso, la coerenza temporale, come definita all'inizio della sezione 4, coincide con il concetto di equilibrio perfetto nei sottogiochi: entrambe descrivono una situazione in cui gli agenti non hanno incentivi a deviare dalle strategie che annunciano all'inizio del gioco nel momento in cui devono effettivamente implementare i loro annunci.
La situazione descritta dal gioco di Kydland e Prescott, così come la sua soluzione, si presta anche ad una semplice analisi grafica, come quella illustrata in Figura 1:

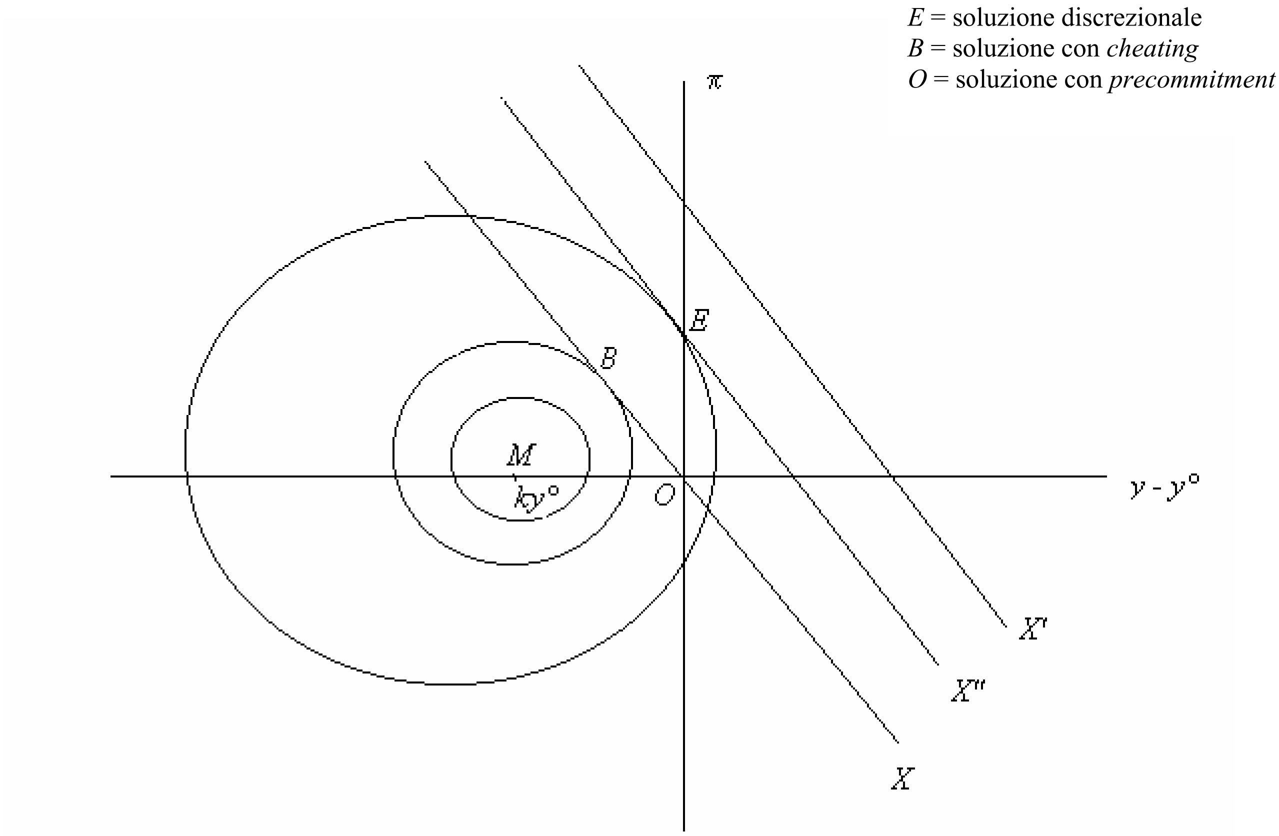

Figura 1

Le ellissi rappresentano curve di indifferenza del policy maker; il "bliss point" della BC, cioè *M* (il punto massimamente preferito dall'autorità) è dato dai valori (0, $y°+k$) rispettivamente per l'inflazione e l'output. Le rette *X* rappresentano invece le varie posizioni della curva di offerta di Lucas, che dipende dal termine π^e (che figura come un'intercetta).
In base alla struttura del gioco, i privati fissano la *posizione* della *X*, poiché fissano l'inflazione attesa π^e. Dopo che i privati hanno fissato la posizione della curva di offerta a sorpresa tramite l'aspettativa π^e, le autorità debbono stabilire il livello dell'inflazione effettiva π, e ciò corrisponde a muoversi lungo la retta stabilita dai privati: la BC cercherà quel punto sulla retta che risulterà tangente alla sua curva di indifferenza *più bassa* (si ricordi che la BC vuole *minimizzare* la funzione *U*); in tal modo si avvicinerà quanto più possibile al suo *bliss point M*.
Nel caso della soluzione con precommitment, i privati e la BC si accordano rispettivamente per una posizione della curva di Lucas come la *X* della Figura 1 e per una curva di indifferenza che passa per l'origine *O*. Chiaramente però tale soluzione non è *ex-post* ottimale per la BC, poiché, come è facile vedere, la curva di indifferenza passante per *O* non è tangente alla retta *X*.
Se la soluzione fosse quella con cheating, i privati continuerebbero a tenersi sulla retta *X*, ma la BC sceglierebbe un punto su quest'ultima tangente alla sua curva di indifferenza più bassa, cioè un punto come *B*. In tal caso però sarebbero i privati ad essere penalizzati, poiché loro preferirebbero, ed hanno anche previsto, un valore dell'inflazione (o dell'output gap $y - y°$) nullo, cosa che invece non si realizza.
L'unica soluzione coerente con il comportamento massimizzante degli agenti e con le loro congetture sul comportamento altrui, e la soluzione discrezionale data dal punto *E*, in cui la BC sarà spinta a introdurre nell'economia un certo livello positivo di inflazione.

Il modello di Kydland e Prescott prevede dunque che realizzerà un livello di perdita sociale *non (pareto) ottimale*; per vederlo è sufficiente confrontare tra loro i valori della perdita sociale (5), (6) e (9) relativi alle tre soluzioni. Poiché risulta:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{b^2+\beta}{\beta}\right)^{-1}k^2 < \frac{1}{2}k^2 < \frac{1}{2}\left(\frac{b^2}{\beta}+\beta\right)k^2$$

gli esiti sociali dei tre possibili equilibri possono essere così ordinati:

$$U_c < U_p < U_d$$

Dunque, dal punto di vista sociale (cioè in senso paretiano), la migliore soluzione sarebbe quella associata alla minore perdita possibile, che è data dal valore U_c che si realizzerebbe nel caso di cheating. Comunque, anche l'esito della soluzione con precommitment U_p risulta paretianamente preferita a quella discrezionale U_d, poiché il suo valore in termini di costo sociale è minore. La soluzione prescelta, quella discrezionale che è l'unica temporalmente coerente, dà anche luogo al *peggior* risultato sociale, essendo la U_d la più grande delle tre. Infatti, la soluzione discrezionale prescrive un tasso di inflazione positivo (mentre entrambi giocatori preferirebbero uno nullo) e un livello di output diverso sia da $y°$ che da $y*$ (i due *bliss points* degli agenti). In effetti questo altro non è che un esempio del problema del dilemma del prigioniero: la scelta razionalmente ottimale dal punto di vista dei singoli agenti non è quella socialmente preferibile.
Il modello di Kydland e Prescott ha anche fornito una spiegazione per la presenza di tassi di inflazione positivi nel normale funzionamento dei sistemi economici. Infatti, l'inflazione non produce alcun beneficio o danno particolare agli agenti economici, se correttamente prevista. Dato che ciò, in base ai modelli macro NMC con AR, dovrebbe accadere in media e nel lungo periodo, non si spiega perché invece ci sia (come mostra la realtà) un tasso di inflazione non nullo nel normale funzionamento delle economie. Nel modello di Kydland e Prescott questo tasso di inflazione positivo emerge chiarente come risultato dell'interazione strategica degli agenti, e dei problemi di coerenza temporale affliggono gli equilibri caratterizzati da inflazione nulla. Dunque, all'origine della persistenza di un'inflazione non nulla nel sistema economico (il cosiddetto *inflationary bias*) c'è l'impossibilità da parte della BC di implementare una strategia antinflazionistica che sia efficace e soprattutto credibile.

6.

CREDIBILITA' E EQUILIBRI PERFETTI NEI SOTTOGIOCHI NEL MODELLO DI KYDLAND E PRESCOTT

Per illustrare la stretta relazione esistente tra l'incoerenza temporale e la gli equilibri perfetti nei sottogiochi nel gioco di politica monetaria di Kydland e Prescott, è necessario sviluppare il modello in forma estesa, cioè esplicitando sia la struttura sequenziale delle mosse sia le informazioni a disposizione dei giocatori tramite la rappresentazione del gioco con l'albero (o grafo) delle mosse.
Nella precedente versione del modello l'insieme delle azioni di ciascun agente era dato da un insieme infinto di valori (il continuum dei valori possibili di π^e e π), e ciò renderebbe impossibile la rappresentazione con l'albero delle mosse. Ricorreremo pertanto da una semplificazione del modello della sezione 5 in cui i giocatori possono scegliere solo due valori di π^e o di π.
Partiamo dalla stessa struttura di base, riguardo alle preferenze e alla curva di offerta di Lucas:

$y = y^\circ + b(\pi - \pi^e)$ curva di offerta con AR

$V = (y - y^\circ)^2$ cioè $V = b^2(\pi - \pi^e)^2$ funzione di perdita dei privati

$U = \frac{1}{2}\left[\beta\pi^2 + (y - y^*)^2\right]$ $\beta > 0,$ funzione di perdita della BC

e semplifichiamo l'analisi supponendo che ciascun agente possa scegliere solo tra due valori della sua azione; pertanto gli insiemi delle azioni dei due giocatori saranno:

$$A_{BC} = \{\pi = 0; \quad \hat{\pi}\} \qquad\qquad A_{privati} = \{\pi^e = 0; \quad \pi^e = \hat{\pi}\}$$

L'azione $\hat{\pi}$ corrisponderebbe ad un valore "alto" dell'inflazione, maggiore del target di inflazione nullo $\pi^* = 0$. In generale le funzioni obiettivo dei giocatori dipendono dalle due azioni:

$$V = V(\pi, \pi^e) \qquad \text{e} \qquad U = U(\pi, \pi^e)$$

Per comprendere bene la struttura del gioco, in cui la BC è un *follower* e i privati sono il *leader* (cioè muovono prima), è necessario definire la forma estesa del gioco, che è illustrata nella Figura 2:

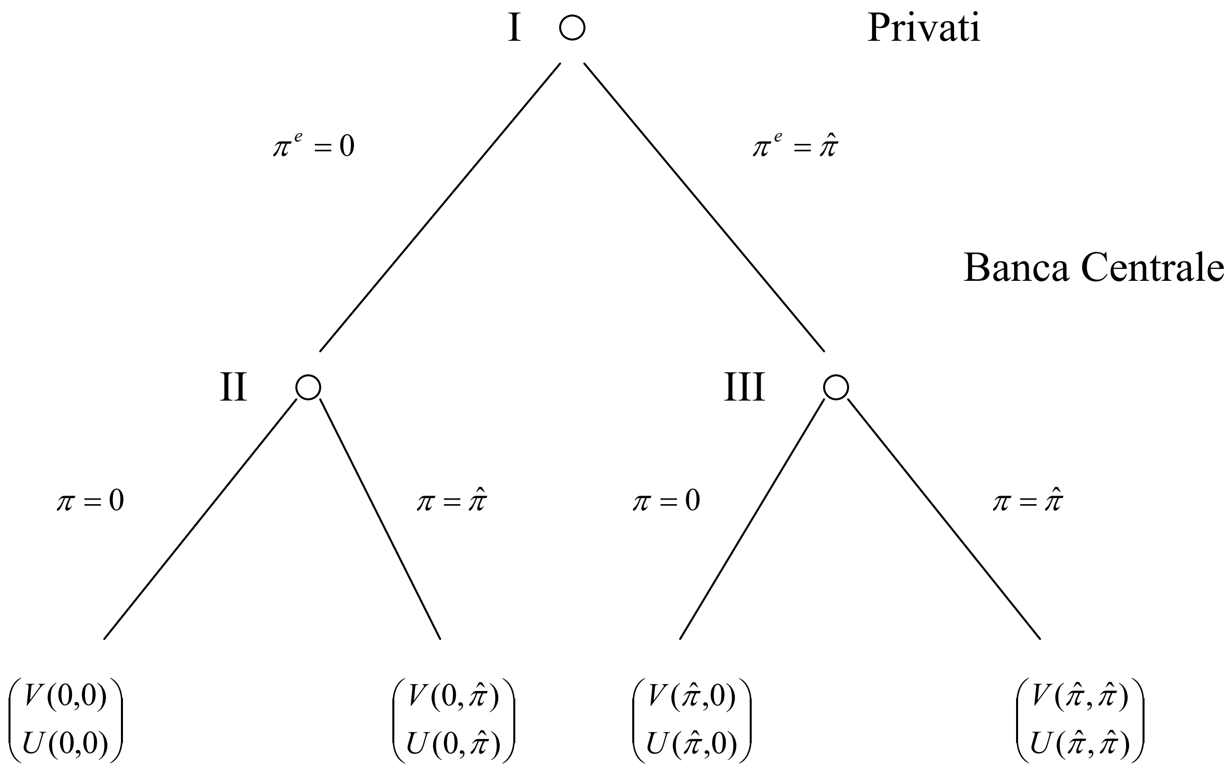

Figura 2

Per prima cosa, occorre calcolare le strategie. Dalla definizione di strategia, è facile notare come il settore privato abbia *due* sole strategie ($\pi^e = 0$ e $\pi^e = \hat{\pi}$), ma la BC ne abbia *quattro*!
Infatti, una strategia è una scelta di azioni per ogni possibile corso del gioco (percorso dell'albero). Ovvero, un strategia è una funzione che assegna ad ogni insieme informativo in cui il giocatore si viene a trovare un'azione possibile in quell'insieme. La BC si viene a trovare in due possibili insiemi informativi (i due nodi: II e III) e quindi una strategia deve definire un'azione in tutti e due i nodi. Essendo le azioni possibili due, le combinazioni possibili sono quattro.
Strategie della BC:

$a(\hat{\pi}|\hat{\pi},\quad \hat{\pi}|0) =$ scegli sempre $\hat{\pi}$, sia che i privati abbiano scelto 0, sia che abbiano scelto $\hat{\pi}$

$b(0|\hat{\pi},\quad 0|0) =$ scegli sempre 0, sia che i privati abbiano scelto 0, sia che abbiano scelto $\hat{\pi}$.

$c(\hat{\pi}|\hat{\pi},\quad 0|0) =$ scegli $\hat{\pi}$ se i privati hanno scelto $\hat{\pi}$, e scegli 0 se loro hanno scelto 0 (fai la stessa azione dei privati).

$d(0|\hat{\pi},\quad \hat{\pi}|0) =$ scegli 0 se i privati hanno scelto $\hat{\pi}$, e scegli $\hat{\pi}$ se loro hanno scelto 0 (fai l'azione opposta dei privati).

ad esempio, la strategia b nell'albero è evidenziata in grassetto nella Figura 3:

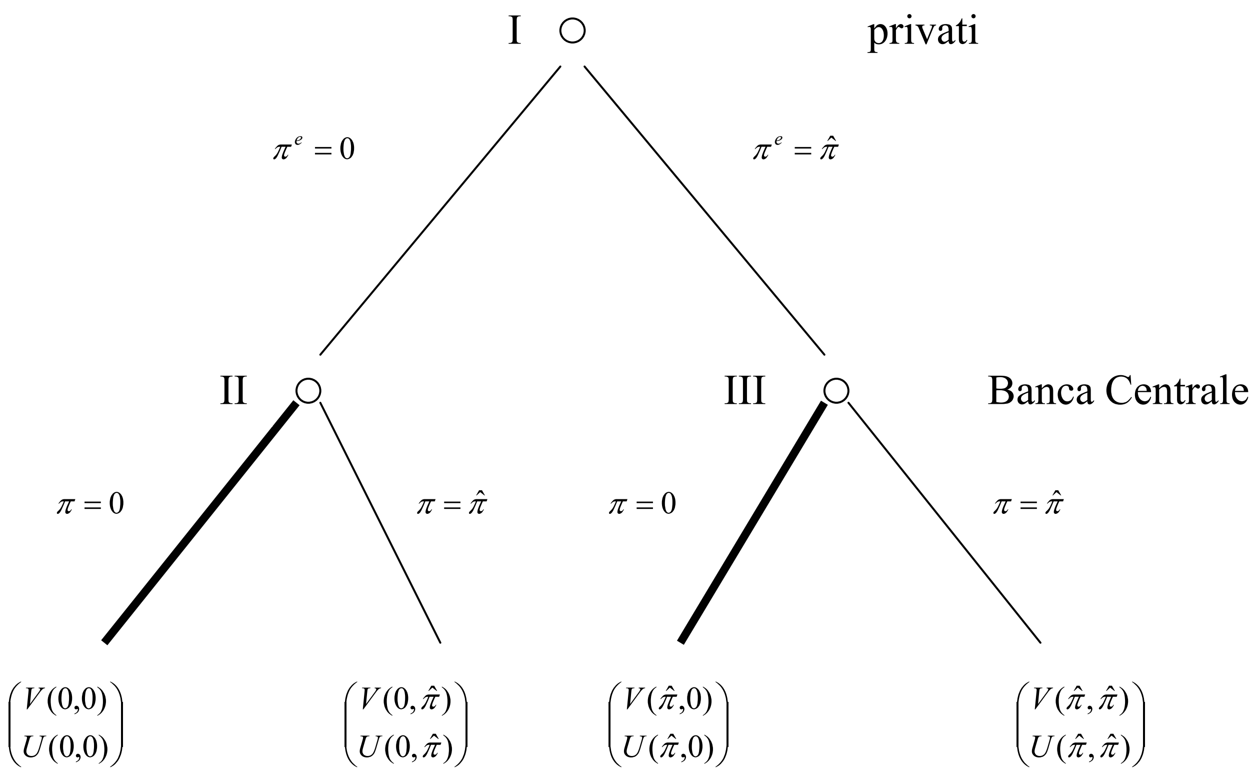

Figura 3

Un altro passo importante è calcolare i valori delle funzioni obiettivo dei due giocatori per ogni possibile combinazione di strategie. Se si sostituissero i valori delle strategie nelle funzioni obiettivo originarie dei due giocatori, sarebbe possibile ottenere questo ordinamento, qualora si specificasse un adeguato valore dell'azione $\hat{\pi}$:

$$U(\hat{\pi},0) < U(0,0) < U(\hat{\pi},\hat{\pi}) < U(0,\hat{\pi}) \tag{10}$$

per ottenere un simile ordinamento, basta in effetti trovare un valore $\hat{\pi}$ che soddisfa questa disuguaglianza a catena:

$$\frac{1}{2}\left[\beta\hat{\pi}^2 + (b\hat{\pi}^2 - k)^2\right] < \frac{k^2}{2} < \frac{1}{2}\left[\beta\hat{\pi}^2 + k^2\right] < \frac{1}{2}\left[b\hat{\pi} + k\right]^2$$

Ricordando che le U sono *costi* sociali, possiamo attribuire loro questi valori, di comodo ma coerenti con l'ordinamento (10):

$$U(\hat{\pi},0) = 3 \quad U(0,0) = 2 \quad U(\hat{\pi},\hat{\pi}) = 1 \quad U(0,\hat{\pi}) = 0$$

Procedendo analogamente, l'ordinamento di V risulta, per ogni valore non nullo di $\hat{\pi}$:

$$V(0,0) = V(\hat{\pi},\hat{\pi}) < V(\hat{\pi},0) = V(0,\hat{\pi})$$

per cui possiamo alle attribuire V i valori di comodo:

$$V(0,0) = V(\hat{\pi},\hat{\pi}) = 1 \quad V(\hat{\pi},0) = V(0,\hat{\pi}) = 0$$

Ora possiamo formulare il gioco in forma strategica:

		privati	
		$\hat{\pi}$	0
BC	$a(\hat{\pi}\vert\hat{\pi}, \quad \hat{\pi}\vert 0)$	$U = 1$ $V = 1$	$U = 3$ $V = 0$
	$b(0\vert\hat{\pi}, \quad 0\vert 0)$	$U = 0$ $V = 0$	$U = 1$ $V = 1$
	$c(\hat{\pi}\vert\hat{\pi}, \quad 0\vert 0)$	$U = 1$ $V = 1$	$U = 2$ $V = 1$
	$d(0\vert\hat{\pi}, \quad \hat{\pi}\vert 0)$	$U = 0$ $V = 0$	$U = 3$ $V = 0$

Sebbene l'analogia non sia perfetta, si può pensare che la strategia *a* indichi l'equivalente della strategia discrezionale della sezione 5, mentre la *c* e la *d* sarebbero rispettivamente quella con commitment e quella con cheating (perchè? – rispondere alla domanda per esercizio).

Da questa bimatrice possiamo calcolare gli equilibri di Nash: sono i tre segnati con dei cerchi nella Figura 4:

		privati	
		$\hat{\pi}$	0
BC	$a(\hat{\pi}\vert\hat{\pi},\quad \hat{\pi}\vert 0)$	$U=1$ $V=1$	$U=3$ $V=0$
	$b(0\vert\hat{\pi},\quad 0\vert 0)$	$U=0$ $V=0$	$U=2$ $V=1$
	$c(\hat{\pi}\vert\hat{\pi},\quad 0\vert 0)$	$U=1$ $V=1$	$U=2$ $V=1$
	$d(0\vert\hat{\pi},\quad \hat{\pi}\vert 0)$	$U=0$ $V=0$	$U=3$ $V=0$

Figura 4

e corrispondono alle tre coppie di strategie:

$$(\hat{\pi}, a); \qquad (\hat{\pi}, c); \qquad (0, d)$$

Quale dei tre verrà però effettivamente scelto? In realtà in questo gioco vi è un solo equilibrio perfetto nei sottogiochi (*subgame perfect* equilibrium: SPE); lo si può individuare grazie alla forma estesa, procedendo a ritroso. Risolviamo prima i due sottogiochi che partono dai nodi II e III, come dalla Figura 5:

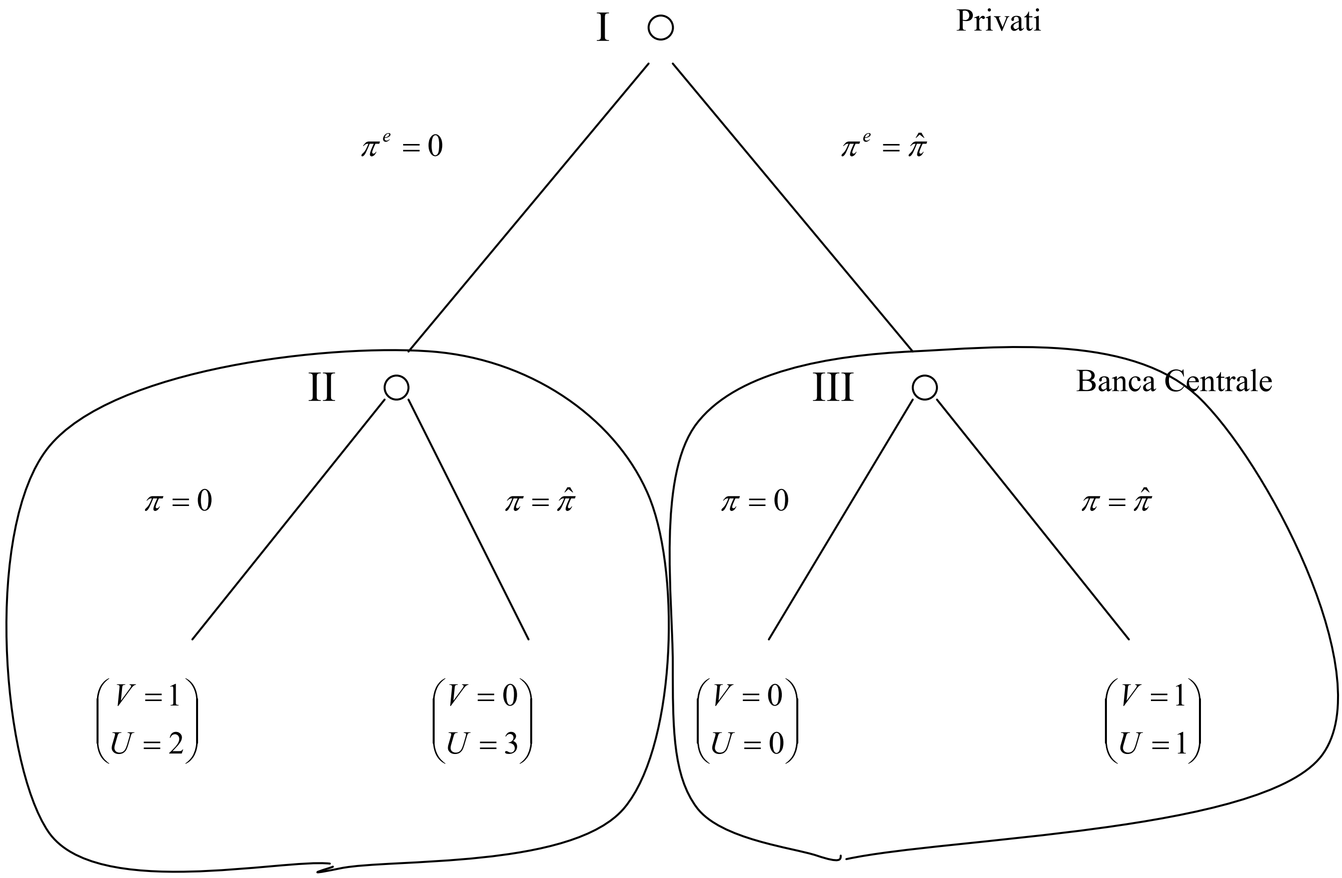

Figura 5

In questi nodi, la scelta è in mano alla BC: essa deciderà per l'azione $\hat{\pi}$ sia al nodo II che a quello III; quindi sceglierà la strategia $a(\hat{\pi}|\hat{\pi}, \quad \hat{\pi}|0)$, che le garantisce i maggiori payoffs (rispettivamente 3 nel nodo II e 1 nel nodo III). Il settore privato si trova a sua volta con questo sottogioco:

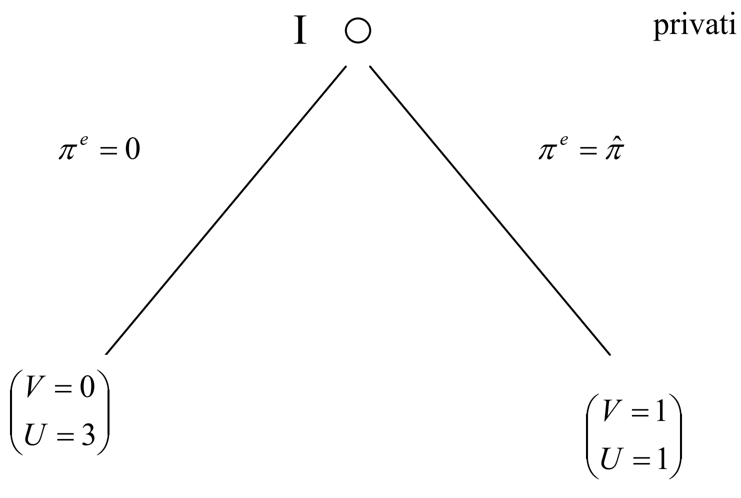

Figura 6

Chiaramente sceglierà $\pi^e = \hat{\pi}$. Quindi l'unico SPE è dato dalla coppia di strategie : $(\hat{\pi}, a)$.

Sebbene il valore di $\hat{\pi}$ non sia necessariamente pari al valore $\pi_d = \frac{b}{\beta}k$ della strategia discrezionale della sezione 5, l'analisi comunque ricalca da vicino quella del modello vista in precedenza. Infatti $\hat{\pi}$ può essere considerato come l'unico valore possibile di inflazione diverso da 0, quindi come l'unico valore che consenta alla BC di indurre dell'inflazione a sorpresa, mentre 0 resta il valore del *commitment* antinflazionistico. La conclusione è però chiara: l'unica strategia di equilibrio perfetto nei sottogiochi è quella che presenta inflazione positiva, cioè $\hat{\pi}$. La strategia di commitment antinflazionistico (equiparabile alla strategia *c* nel presente esempio) non è compatibile con un equilibrio perfetto nei sottogiochi.

Bibliografia

Barro R. Gordon D. (1983) *Rules, discretion and reputation in a model of monetary policy*, Journal of Monetary Economics, 12.

Kydland, F. Prescott E. (1977) *Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans*, Journal of Political Economy, 85