

Nome:

Matricola:

Cognome:

**Voglio sostenere la seguente prova (barrare la casella scelta):**

- prima prova intermedia**, svolgo gli **esercizi 1 e 3 e la domanda 5** (facoltativa)
- seconda prova intermedia**, svolgo gli **esercizi 2 e 4 e la domanda 6** (facoltativa)
- esame completo**, svolgo gli **esercizi 1 e 2 e la domanda 5** (facoltativa)

### Esercizio 1

Un piccolo investitore desidera acquistare titoli obbligazionari per un totale non superiore a 18.000 euro. Il mercato offre due titoli: A e B. Un'obbligazione A costa 80 euro ed offre un rendimento di 9 euro/anno, un'obbligazione B costa 200 euro ed offre un rendimento di 21 euro/anno. Sapendo che l'obbligazione B è leggermente più rischiosa di A, si vuole acquistare un numero di obbligazioni B non superiore ad un terzo del numero complessivo di obbligazioni acquistate. Si supponga di poter acquistare un numero frazionario di obbligazioni.

1. Formulare come problema di PL il problema di massimizzare il rendimento complessivo (in euro) ottenuto dall'investimento.
2. Facendo uso delle condizioni di ortogonalità, dimostrare o confutare che all'ottimo si acquista un numero strettamente positivo sia di titoli A che di titoli B.

### Esercizio 2

È dato il problema di programmazione non lineare vincolata in figura.

1. Costruire graficamente l'insieme ammissibile del problema;
2. Determinare eventuali punti di non qualificazione dei vincoli;
3. Trovare i punti KKT;
4. Dimostrare l'esistenza o meno di un punto di minimo globale nella regione ammissibile e, in caso affermativo, trovarne uno.

$$\begin{cases} \min x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2 \\ (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \geq 8 \\ x_1 - \|x_2\| = 1 \\ x_2 \leq 5 \end{cases}$$

### Domanda 5 di Teoria (facoltativa)

Illustrare le definizioni di (1) base di una matrice, (2) soluzione base ammissibile di un sistema in forma standard, (3) vertice di un poliedro. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili (4) se e (5) solo se è una soluzione di base ammissibile.

### Esercizio 3

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico;
2. Portare il problema in forma standard;
3. Utilizzando una versione a scelta dell'algoritmo del simplesso (fase 1 e fase 2), trovare una soluzione ottima del problema o dimostrare che lo stesso è inammissibile o illimitato inferiormente;
4. Le soluzioni ottenute ai punti 1 e 3 sono coerenti?

$$\begin{cases} \max 2x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \text{ libera} \end{cases}$$

### Esercizio 4

Sono dati il problema di programmazione non lineare non vincolata

$$\min \frac{1}{4}x_1^4 - 2x_1x_2 + x_1 + x_2^2$$

e il punto

$$x^0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. A partire dal punto  $x^0$  trovare il punto  $x^1$  con il metodo del gradiente con line search esatta;
2. Verificare le condizioni di minimo locale del primo e del secondo ordine per il punto  $x^1$ .

### Domanda 6 di Teoria (facoltativa)

Enunciare e dimostrare i teoremi sulle condizioni di minimo locale del primo e del secondo ordine nella programmazione non lineare non vincolata appresi durante il corso.