

Nome:
Cognome:
Matricola:

Esercizio 1

Una società produce tre materiali da costruzione: A,B,C, i cui prezzi di vendita sono, rispettivamente, 100, 80 e 30 euro/kg. Il profitto sul materiale C è pari a 20% del prezzo di vendita, mentre il profitto su A e B è pari al 10% del prezzo di vendita. La società desidera incassare mensilmente dalle vendite del prodotto B non meno del 30% di quanto incassato complessivamente per i tre prodotti.

Il processo produttivo di A e B genera un residuo tossico pari a 6 grammi di residuo per kg di A prodotto e 8 grammi di residuo per kg di B prodotto. Il residuo tossico viene smaltito nello stesso mese di produzione in un apposito impianto di smaltimento a capacità infinita. Il costo di smaltimento di 1 kg di residuo è pari a 500 euro, che vanno a sottrarsi al profitto complessivo dell'azienda. Il materiale C si ottiene come sottoprodotto della lavorazione di B, per cui per poter produrre 1 kg di C è necessario produrre almeno 2 kg di B.

1. Si formuli come problema di PL il problema determinare i livelli mensili di produzione di A, B, e C tali da massimizzare il profitto complessivo al netto dei costi di smaltimento del residuo.
2. Utilizzando l'algoritmo del simplesso si determini la soluzione ottima del problema o si dimostri che il problema è impossibile o illimitato.

Esercizio 2

E' dato il problema:

$$\begin{aligned} &\min x_1 + 2x_2 \\ &\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ x \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

1. Costruire il problema duale.
2. Risolvere il **primale** con il metodo grafico.
3. Dalla soluzione ottima del primale ricavare la soluzione ottima del duale con le condizioni di ortogonalità.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) base di una matrice, (2) soluzione base ammissibile di un sistema in forma standard, (3) vertice di un poliedro. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili (4) se e (5) solo se è una soluzione di base ammissibile.