A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Terzo appello d'esame
3 febbraio 2021

Nome:	Matricola:
Cognome:	

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Risolvere il problema con il metodo di Fourier-Motzkin.
3. Le soluzioni ottenute al punto 1 e 2 sono coerenti?

$$\max 2x_1 - x_2$$
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1 - x_2 \geq -2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 \ libera \\ x_2 \ libera \end{cases}$$

Esercizio 2

State applicando l'algoritmo di Floyd e Warshall a un digrafo con 5 nodi, A…E. Alla fine del passo 1 ottenete le matrici in figura (quella di sinistra indica i costi dei percorsi, quella di destra i predecessori).

passo 1	A	B	C	D	E
A	0	5	2	3	∞
B	2	0	4	5	-2
C	4	-2	0	2	∞
D	2	-1	4	0	3
E	∞	3	∞	-3	0

passo 1	A	B	C	D	E
A	A	A	A	A	E
B	B	B	B	A	B
C	C	C	C	C	E
D	D	D	A	D	D
E	A	E	C	E	E

2.1. Effettuate i rimanenti passi dell'algoritmo, scrivendo entrambe le matrici a ogni passo dell'esecuzione. In presenza di cicli negativi: calcolare entrambe le matrici, arrestate l'algoritmo, e mostrate un ciclo di costo negativo.
2.2. Fissate nella matrice di sinistra: (E, D) = ∞, mentre fissate nella matrice di destra: (E, D) = D. Ripetete i rimanenti passi dell'algoritmo partendo dalle due matrici aggiornate. In presenza di cicli negativi: calcolare entrambe le matrici, arrestate l'algoritmo, e mostrate un ciclo di costo negativo.
2.3. Ove possibile, mostrate i cammini orientati di costo minimo E → A, C → E, A → E per le matrici finali ottenute dall'algoritmo ai punti 2.1 e 2.2.

Domanda 3

Definire il problema del massimo flusso. Spiegare i seguenti concetti: rete residua, cammino aumentante, taglio a capacità minima. Illustrare un algoritmo noto per risolvere il problema del massimo flusso e discuterne la complessità computazionale. Dimostrare il teorema di Ford-Fulkerson sull'ottimalità di una distribuzione di flusso in una rete.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Terzo appello d'esame
3 febbraio 2021

Nome:	Matricola:
Cognome:	

Esercizio 1

È dato il problema di PL in figura.

1. Risolvere il problema con il metodo grafico.
2. Risolvere il problema con il metodo di Fourier-Motzkin.
3. Le soluzioni ottenute al punto 1 e 2 sono coerenti?

$$\min -x_1 + 2x_2$$
$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1 + 3x_2 \geq -6 \\ x_1 \; libera \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

Nella tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 10 nodi *s*1…9 e 15 archi *a*…*q*. Per ogni arco sono date le coppie di nodi (*x*, *y*), orientate da *x* a *y* (prima riga), il costo dell'arco (seconda riga), e il nome dell'arco (terza riga).

s , 6	*s* , 4	*s* , 2	2 , 1	2 , 3	4 , 3	6 , 3	3 , 5	5 , 8	3 , 7	8 , 7	1 , 9	9 , 7	3 , 9	6 , 8
9	6	8	10	10	11	7	4	2	9	2	6	2	7	15
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*

2.1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo *s* verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in *S*. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2.2. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo nei seguenti tre casi distinti:

- L'arco *h* pesa 7 mentre tutti gli altri archi hanno lo stesso peso del punto 2.1;
- L'arco *h* pesa 2 mentre tutti gli altri archi hanno lo stesso peso del punto 2.1;
- L'arco *l* pesa 8 mentre tutti gli altri archi hanno lo stesso peso del punto 2.1.

2.3 Per ciascun albero dei cammini orientati di peso minimo individuato ai punti 2.1 e 2.2, indicare il cammino orientato di peso minimo dal nodo *s* al nodo 7 e il relativo peso.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) base di una matrice e (2) soluzione base ammissibile di un problema di PL in forma standard. Dimostrare che l'operazione di pivot dell'algoritmo del simplesso garantisce sempre il passaggio da una base ammissibile a: (3) una nuova base, (4) che quest'ultima è anche ammissibile, e (5) che la nuova base ha costo non superiore alla precedente.