A – 2^{A} PI

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Seconda prova intermedia
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**Solo laureandi: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm), B (70 cm) e C (110 cm). Una cinghia si ricava da un rotolo di cinghia lungo 3 metri, tagliando un pezzo della lunghezza desiderata e cucendone le due estremità. Per garantire la resistenza meccanica del prodotto, non è possibile realizzare una cinghia con più di una cucitura, per cui porzioni di cinghia lunghe meno di 60 cm sono inutilizzabili.

1. Formulare come problema di PL il problema di realizzare 60 cinghie A, 18 B e 10 C con il minimo numero di rotoli.
2. Trovare a occhio una soluzione ammissibile (evidenziando la soluzione scelta e verificandone l'ammissibilità) e dimostrare se è ottima o meno con le condizioni di ortogonalità.

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di una rete di flusso composta da 7 nodi $s1\ldots5t$ e 14 archi $a\ldots p$. Per ogni arco è riportato un flusso iniziale e il valore della sua capacità massima. In particolare, s è il nodo sorgente mentre t è il nodo pozzo.

Arco	s , 1	s , 2	s , 3	1 , 4	4 , 2	2 , 5	5 , 3	1 , 3	5 , 4	3 , t	4 , t	t , s	4 , 1	5 , t
Flusso	2	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1
Capacità	70	20	8	20	20	10	10	20	1	18	30	7	5	7
Nome	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*

2.1. Partendo dai dati in tabella, determinare se la distribuzione di flusso iniziale data è ammissibile, e spiegarne il motivo. In caso affermativo, mostrare il flusso iniziale e determinare una soluzione ottima al problema del massimo flusso utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Altrimenti, scaricare il flusso iniziale e risolvere il problema del massimo flusso utilizzando Ford e Fulkerson.
2.2. Mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi s e t.
2.3. Partendo dalla soluzione ottima trovata al punto 2.1, si determini il nuovo flusso massimo se la capacità dell'arco i viene incrementata di 99 unità. Evidenziare il nuovo taglio ottimo trovato.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) percorso orientato e (2) cammino orientato in un digrafo. (3) Dimostrare che la soluzione ottima dell'algoritmo di Dijkstra rispetta sempre le condizioni di ottimalità sui percorsi orientati di costo minimo in un digrafo con pesi ≥ 0. (4) Illustrare la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra e (5) dimostrarne la complessità computazionale.

E – ESAME

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Primo appello d'esame
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**Solo laureandi: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm), B (70 cm) e C (110 cm). Una cinghia si ricava da un rotolo di cinghia lungo 3 metri, tagliando un pezzo della lunghezza desiderata e cucendone le due estremità. Per garantire la resistenza meccanica del prodotto, non è possibile realizzare una cinghia con più di una cucitura, per cui porzioni di cinghia lunghe meno di 60 cm sono inutilizzabili.

1. Formulare come problema di PL il problema di realizzare 60 cinghie A, 18 B e 10 C con il minimo numero di rotoli.
2. Ridurre il problema in forma standard.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (solo fase 1) trovare una soluzione ammissibile del problema in forma standard o dimostrare che il problema è inammissibile.

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di una rete di flusso composta da 7 nodi *s*1…5*t* e 14 archi *a*…*p*. Per ogni arco è riportato un flusso iniziale e il valore della sua capacità massima. In particolare, *s* è il nodo sorgente mentre *t* è il nodo pozzo.

Arco	***s*, 1**	***s*, 2**	***s*, 3**	**1, 4**	**4, 2**	**2, 5**	**5, 3**	**1, 3**	**5, 4**	**3, *t***	**4, *t***	***t*, *s***	**4, 1**	**5, *t***
Flusso	2	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1
Capacità	70	20	8	20	20	10	10	20	1	18	30	7	5	7
Nome	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*

2.1. Partendo dai dati in tabella, determinare se la distribuzione di flusso iniziale data è ammissibile, e spiegarne il motivo. In caso affermativo, mostrare il flusso iniziale e determinare una soluzione ottima al problema del massimo flusso utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Altrimenti, scaricare il flusso iniziale e risolvere il problema del massimo flusso utilizzando Ford e Fulkerson.
2.2. Mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi *s* e *t*.
2.3. Partendo dalla soluzione ottima trovata al punto 2.1, si determini il nuovo flusso massimo se la capacità dell'arco *i* viene incrementata di 99 unità. Evidenziare il nuovo taglio ottimo trovato.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) percorso orientato e (2) cammino orientato in un digrafo. (3) Dimostrare che la soluzione ottima dell'algoritmo di Dijkstra rispetta sempre le condizioni di ottimalità sui percorsi orientati di costo minimo in un digrafo con pesi ≥ 0. (4) Illustrare la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra e (5) dimostrarne la complessità computazionale.

B – 2^A PI

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Seconda prova intermedia
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**<u>Solo laureandi</u>: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm, profitto dalla vendita 7 €), B (70 cm, profitto 10 €) e C (110 cm, profitto 16 €). Per realizzare un cm di cinghia si consumano 10 gr di gomma speciale ad alta resistenza. Inoltre, sono necessari 5 minuti di lavoro di un operaio per realizzare una cinghia di modello A, 8 minuti per il modello B e 12 minuti per il modello C. L'azienda dispone di due operai che lavorano, ciascuno, 8 ore al giorno.

1. Sapendo che in magazzino sono disponibili solo 90 kg di gomma speciale ad alta resistenza, formulare come problema di PL il problema di pianificare la produzione giornaliera di massimo profitto.
2. Una soluzione ammissibile consiste nel produrre solo 80 cinghie di tipo C. Dimostrare o confutare l'ottimalità di questa soluzione facendo uso delle condizioni di ortogonalità.

Esercizio 2

Nella tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 8 nodi 1…8 e 14 archi *a*…*p*. Per ogni arco sono date le coppie di nodi (*x, y*), orientate da *x* a *y* (prima riga), il costo dell'arco (seconda riga), e il nome dell'arco (terza riga).

8 , 2	8 , 3	8 , 4	2 , 5	2 , 6	3 , 5	3 , 6	3 , 7	4 , 6	4 , 7	5 ,1	6 , 1	7 , 1	5 , 7
1	5	4	2	5	3	5	8	2	7	5	4	2	2
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*N*	*o*	*p*

2.1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo 8 verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in *S*. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2.2. Dalla tabella ricavare il grafo pesato composto dai vertici 1…8. In tabella, per ogni lato è dato il suo costo e il suo nome. Trovare e mostrare un albero ricoprente di costo minimo partendo dal nodo 8 tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.

Domanda 3

Illustrare la definizione di problema duale e coppia primale-duale nella PL. Enunciare e dimostrare i teoremi di dualità debole e forte.

F – ESAME

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Primo appello d'esame
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**<u>Solo laureandi</u>: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm, profitto dalla vendita 7 €), B (70 cm, profitto 10 €) e C (110 cm, profitto 16 €). Per realizzare un cm di cinghia si consumano 10 gr di gomma speciale ad alta resistenza. Inoltre, sono necessari 5 minuti di lavoro di un operaio per realizzare una cinghia di modello A, 8 minuti per il modello B e 12 minuti per il modello C. L'azienda dispone di due operai che lavorano, ciascuno, 8 ore al giorno.

1. Sapendo che in magazzino sono disponibili solo 90 kg di gomma speciale ad alta resistenza, formulare come problema di PL il problema di pianificare la produzione giornaliera di massimo profitto.
2. Ridurre il problema in forma standard.
3. Utilizzando l'algoritmo del simplesso rivisto (fase 1, se necessaria, e fase 2) trovare una soluzione ottima del problema in forma standard o dimostrare che il problema è inammissibile o illimitato inferiormente.

Esercizio 2

Nella tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 8 nodi 1…8 e 14 archi *a…p*. Per ogni arco sono date le coppie di nodi (*x, y*), orientate da *x* a *y* (prima riga), il costo dell'arco (seconda riga), e il nome dell'arco (terza riga).

8 , 2	**8 , 3**	**8 , 4**	**2 , 5**	**2 , 6**	**3 , 5**	**3 , 6**	**3 , 7**	**4 , 6**	**4 , 7**	**5 ,1**	**6 , 1**	**7 , 1**	**5 , 7**
1	**5**	**4**	**2**	**5**	**3**	**5**	**8**	**2**	**7**	**5**	**4**	**2**	**2**
a	***b***	***c***	***d***	***e***	***f***	***g***	***h***	***i***	***l***	***m***	***N***	***o***	***p***

2.1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo 8 verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in *S*. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2.2. Dalla tabella ricavare il grafo pesato composto dai vertici 1…8. In tabella, per ogni lato è dato il suo costo e il suo nome. Trovare e mostrare un albero ricoprente di costo minimo partendo dal nodo 8 tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) base di una matrice, (2) soluzione base ammissibile di un sistema in forma standard, (3) vertice di un poliedro. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili (4) se e (5) solo se è una soluzione di base ammissibile.

C – 2^A PI

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Seconda prova intermedia
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**Solo laureandi: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm), B (70 cm) e C (110 cm). Per realizzare un cm di cinghia si consumano 10 gr di gomma speciale ad alta resistenza. Le cinghie sono prodotte nei due impianti di Cremona e Ferrara. In un giorno, l'impianto di Cremona deve produrre 50 cinghie A, 20 B e 30 C. L'impianto di Ferrara deve produrre 10 cinghie A, 30 B e 20 C. La gomma può essere acquistata da tre fornitori che hanno i magazzini a Mantova, Parma e Rovigo. Il fornitore di Mantova ha in magazzino 70 kg di gomma, che vende a 6 €/kg, inclusi i costi di trasporto. Il fornitore di Parma ha in magazzino 50 kg di gomma, che vende a 4 €/kg, a cui si aggiungono i seguenti costi di trasporto: 1 €/kg per spedizioni fino a 100 km e 2 €/kg per spedizioni sopra i 100 km. Il fornitore di Rovigo ha in magazzino 80 kg di gomma, che vende a 3 €/kg, a cui si aggiungono i seguenti costi di trasporto: 1 cent per kg spedito e per km percorso (quindi per il prodotto km×kg). Le distanze in km tra i 5 siti sono riportate in tabella.

1. Sapendo che un impianto può acquistare gomma da più fornitori, formulare come problema di PL il problema di pianificare gli approvvigionamenti di gomma di un giorno per i due impianti a costo totale minimo (acquisto + trasporto).

	Mantova	Parma	Rovigo
Cremona	66	50	150
Ferrara	86	120	40

Esercizio 2

State applicando l'algoritmo di Floyd e Warshall a un digrafo con 5 nodi, A…E. Alla fine del passo 2 ottenete le matrici in figura (quella di sinistra indica i costi dei percorsi, quella di destra i predecessori).

passo 2	A	B	C	D	E
A	0	2	5	6	4
B	∞	0	3	4	∞
C	∞	-1	0	-3	∞
D	-2	0	3	0	2
E	∞	-3	0	1	0

passo 2	A	B	C	D	E
A	A	A	B	A	A
B	A	B	B	B	E
C	A	C	C	C	E
D	D	A	D	D	A
E	A	E	B	E	E

2.1. Effettuate i passi 3, 4 e 5 dell'algoritmo, scrivendo entrambe le matrici a ogni passo dell'esecuzione. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo e mostrate un ciclo negativo.
2.2. Fissate nella matrice sinistra: (D, A) = ∞, (D, B) = ∞ e (D, E) = ∞, mentre fissate nella matrice destra: (D, A) = A, (D, B) = B e (D, E) = E. Ripetete i passi 3, 4 e 5 dell'algoritmo. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo e mostrate un ciclo negativo.
2.3. Ove possibile, mostrate i cammini orientati di costo minimo B → E e C → E per le matrici finali ottenute ai punti 2.1 e 2.2.

Domanda 3

Illustrare la definizione di problema duale e coppia primale-duale nella PL. Enunciare i teoremi di dualità debole e forte e ricavare da questi il teorema delle condizioni di ortogonalità.

G – ESAME

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Primo appello d'esame
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**Solo laureandi: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm), B (70 cm) e C (110 cm). Per realizzare un cm di cinghia si consumano 10 gr di gomma speciale ad alta resistenza. Le cinghie sono prodotte nei due impianti di Cremona e Ferrara. In un giorno, l'impianto di Cremona deve produrre 50 cinghie A, 20 B e 30 C. L'impianto di Ferrara deve produrre 10 cinghie A, 30 B e 20 C. La gomma può essere acquistata da tre fornitori che hanno i magazzini a Mantova, Parma e Rovigo. Il fornitore di Mantova ha in magazzino 70 kg di gomma, che vende a 6 €/kg, inclusi i costi di trasporto. Il fornitore di Parma ha in magazzino 50 kg di gomma, che vende a 4 €/kg, a cui si aggiungono i seguenti costi di trasporto: 1 €/kg per spedizioni fino a 100 km e 2 €/kg per spedizioni sopra i 100 km. Il fornitore di Rovigo ha in magazzino 80 kg di gomma, che vende a 3 €/kg, a cui si aggiungono i seguenti costi di trasporto: 1 cent per kg spedito e per km percorso (quindi per il prodotto km×kg). Le distanze in km tra i 5 siti sono riportate in tabella.

1. Sapendo che un impianto può acquistare gomma da più fornitori, formulare come problema di PL il problema di pianificare gli approvvigionamenti di gomma di un giorno per i due impianti a costo totale minimo (acquisto + trasporto).

	Mantova	Parma	Rovigo
Cremona	66	50	150
Ferrara	86	120	40

Esercizio 2

State applicando l'algoritmo di Floyd e Warshall a un digrafo con 5 nodi, A…E. Alla fine del passo 2 ottenete le matrici in figura (quella di sinistra indica i costi dei percorsi, quella di destra i predecessori).

passo 2	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
A	0	2	5	6	4
B	∞	0	3	4	∞
C	∞	-1	0	-3	∞
D	-2	0	3	0	2
E	∞	-3	0	1	0

passo 2	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
A	A	A	B	A	A
B	A	B	B	B	E
C	A	C	C	C	E
D	D	A	D	D	A
E	A	E	B	E	E

2.1. Effettuate i passi 3, 4 e 5 dell'algoritmo, scrivendo entrambe le matrici a ogni passo dell'esecuzione. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo e mostrate un ciclo negativo.
2.2. Fissate nella matrice sinistra: (D, A) = ∞, (D, B) = ∞ e (D, E) = ∞, mentre fissate nella matrice destra: (D, A) = A, (D, B) = B e (D, E) = E. Ripetete i passi 3, 4 e 5 dell'algoritmo. In presenza di cicli negativi arrestate l'algoritmo e mostrate un ciclo negativo.
2.3. Ove possibile, mostrate i cammini orientati di costo minimo B → E e C → E per le matrici finali ottenute ai punti 2.1 e 2.2.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) forma standard e (2) forma canonica rispetto a un base data di un problema di PL. Dimostrare (3) le condizioni algebriche di illimitatezza e (4) quelle di ottimalità per un problema di PL in forma standard. Discutere (5) l'analisi di sensitività rispetto a variazioni dei termini noti di un problema di PL. Dimostrare in particolare che (6) se una base ottima rimane ammissibile dopo la perturbazione allora rimane ottima.

D – 2^{A} PI

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Seconda prova intermedia
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**<u>Solo laureandi</u>: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm), B (70 cm) e C (110 cm). Per realizzare le cinghie si utilizzano due macchine M e P. La macchina M è in grado di produrre contemporaneamente in un'ora di lavoro 45 cinghie così suddivise: 10 cinghie A, 20 B e 15 C. La macchina P è in grado di produrre contemporaneamente in un'ora di lavoro 37 cinghie così suddivise: 7 cinghie A, 10 B e 20 C. Il costo di un'ora di lavoro di M è di 120 €, mentre un'ora di lavoro di P costa 100 €. l'impianto che ospita le due macchine deve produrre almeno 300 cinghie A, 600 B e 500 C al giorno e può lavorare su tre turni (cioè 24 ore al giorno).

1. Formulare come problema di PL il problema di realizzare le cinghie richieste a costo minimo.
2. Trovare a occhio una soluzione ammissibile (evidenziando la soluzione scelta e verificandone l'ammissibilità) e dimostrare se è ottima o meno con le condizioni di ortogonalità.

Esercizio 2

Nella tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 8 nodi 1…8 e 14 archi *a*…*p*. Per ogni arco sono date le coppie di nodi (*x, y*), orientate da *x* a *y* (prima riga), il costo dell'arco (seconda riga), e il nome dell'arco (terza riga).

3 , 2	1 , 3	3 , 4	2 , 5	5 , 1	1 , 4	5 , 8	5 , 7	7 , 6	6 , 2	4 , 8	8 , 7	5 , 6	3 , 7
2	4	11	3	2	3	9	4	2	1	3	1	7	11
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*

2.1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo 3 verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in *S*. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2.2. Dalla tabella ricavare il grafo pesato composto dai vertici 1…8. In tabella, per ogni lato è dato il suo costo e il suo nome. Trovare e mostrare un albero ricoprente di costo minimo partendo dal nodo 3 tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) flusso netto e (2) capacità del taglio in una rete. (3) Dimostrare il teorema di Ford-Fulkerson sull'ottimalità di una distribuzione di flusso in una rete. (4) Illustrare il funzionamento dell'algoritmo di Ford-Fulkerson e (5) dimostrarne la complessità computazionale.

H – ESAME

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Primo appello d'esame
28 giugno 2019

Nome:	O	**Preferenza orale 9 luglio 2019**
Cognome:	O	**Preferenza orale 18 luglio 2019**
Matricola:	O	**<u>Solo laureandi</u>: orale 5 luglio 2019**

Esercizio 1

Una fabbrica di cinghie di trasmissione per autoveicoli realizza tre modelli di cinghia: A (lunghezza 60 cm), B (70 cm) e C (110 cm). Per realizzare le cinghie si utilizzano due macchine M e P. La macchina M è in grado di produrre contemporaneamente in un'ora di lavoro 45 cinghie così suddivise: 10 cinghie A, 20 B e 15 C. La macchina P è in grado di produrre contemporaneamente in un'ora di lavoro 37 cinghie così suddivise: 7 cinghie A, 10 B e 20 C. Il costo di un'ora di lavoro di M è di 120 €, mentre un'ora di lavoro di P costa 100 €. l'impianto che ospita le due macchine deve produrre almeno 300 cinghie A, 600 B e 500 C al giorno e può lavorare su tre turni (cioè 24 ore al giorno).

1. Formulare come problema di PL il problema di realizzare le cinghie richieste a costo minimo.
2. Utilizzando il metodo di proiezione di Fourier-Motzkin, trovare una soluzione ottima del problema o dimostrare che il problema è inammissibile o illimitato inferiormente.

Esercizio 2

Nella tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 8 nodi 1…8 e 14 archi *a*…*p*. Per ogni arco sono date le coppie di nodi (*x, y*), orientate da *x* a *y* (prima riga), il costo dell'arco (seconda riga), e il nome dell'arco (terza riga).

3 , 2	1 , 3	3 , 4	2 , 5	5 , 1	1 , 4	5 , 8	5 , 7	7 , 6	6 , 2	4 , 8	8 , 7	5 , 6	3 , 7
2	4	11	3	2	3	9	4	2	1	3	1	7	11
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*

2.1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo 3 verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in *S*. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2.2. Dalla tabella ricavare il grafo pesato composto dai vertici 1…8. In tabella, per ogni lato è dato il suo costo e il suo nome. Trovare e mostrare un albero ricoprente di costo minimo partendo dal nodo 3 tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) flusso netto e (2) capacità del taglio in una rete. (3) Dimostrare il teorema di Ford-Fulkerson sull'ottimalità di una distribuzione di flusso in una rete. (4) Illustrare il funzionamento dell'algoritmo di Ford-Fulkerson e (5) dimostrarne la complessità computazionale.