A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Secondo appello d'esame
3 settembre 2020

Nome:	Matricola:
Cognome:	

Esercizio 1

Una vetreria acquista lastre di vetro di misura standard (L×H)=(8×1) metri che poi taglia per ricavare finestre di tre tipologie A, B e C, tutte di altezza standard H=1 metro. Sono pervenuti gli ordini in Tabella.

Tipo vetro	A	B	C
Dimensioni vetro (LxH) in m	(4×1)	(3×1)	(2×1)
Numero finestre ordinate	12	14	21

1. Formulare il problema di soddisfare gli ordini in tabella acquistando il minimo numero di lastre. Evidenziare il significato delle variabili introdotte e le unità di misura scelte.
2. Il titolare della vetreria osserva che per soddisfare l'ordine è sufficiente acquistare 17 lastre (8×1) e tagliarle ricavando dalle prime 6 solo finestre di tipo A, dalle seconde 4 solo finestre di tipo C e tagliando poi le ulteriori 7 per completare gli ordini di finestre B e C. Facendo uso delle condizioni di ortogonalità, confermare o confutare l'ottimalità di questa soluzione.

Esercizio 2

In tabella sono riportati gli archi di una rete di flusso composta da 9 nodi *s*1…7*t* e 15 archi *a*…*q*. Per ogni arco è riportato un flusso iniziale e il valore della sua capacità massima. In particolare, *s* è il nodo sorgente mentre *t* è il nodo pozzo.

Arco	1 , *s*	*s* , 1	*s* , 4	*s* , 6	7 , *s*	1 , 2	3 , 1	4 , 3	6 , 5	*t* , 7	5 , *t*	*t* , 3	2 , *t*	6 , 3	3 , 5
Flusso	1	3	0	1	1	2	0	0	1	1	1	0	2	0	0
Capacità	8	10	20	100	5	9	15	12	1	7	100	10	20	50	10
Nome	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*

2.1. Partendo dai dati in tabella, determinare se la distribuzione di flusso iniziale data è ammissibile, e spiegarne il motivo. In caso affermativo, mostrare il flusso iniziale e determinare una soluzione ottima al problema del massimo flusso utilizzando l'algoritmo di Ford e Fulkerson. Altrimenti, scaricare il flusso iniziale e risolvere il problema del massimo flusso utilizzando Ford e Fulkerson.
2.2. Mostrare un taglio di capacità minima tra i nodi *s* e *t*.
2.4. Partendo dalla soluzione ottima trovata al punto 2.1, si determini il nuovo flusso massimo se l'arco *f* raddoppia la sua capacità. Evidenziare il taglio ottimo trovato.

"N.B. MOSTRARE TUTTI I PASSI DEGLI ALGORITMI E MOTIVARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA DATA"

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) percorso orientato e (2) cammino orientato, chiarendo la differenza tra i due concetti. (3) Illustrare la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra per trovare i cammini orientati di costo minimo in un digrafo pesato e (4) discuterne la complessità computazionale. (5) Dimostrare le condizioni di ottimalità utilizzate dall'algoritmo.

B

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE
Corso di Studi in Ingegneria Informatica
Ricerca Operativa 1 – Secondo appello d'esame
3 settembre 2020

Nome:	Matricola:
Cognome:	

Esercizio 1

Una vetreria acquista lastre di vetro di misura standard (L×H)=(8×1) metri che poi taglia per ricavare finestre di tre tipologie A, B e C, tutte di altezza standard H=1 metro. Sono pervenuti gli ordini in Tabella.

Tipo vetro	**A**	**B**	**C**
Dimensioni vetro (LxH) in m	(5×1)	(2×1)	(1×1)
Numero finestre ordinate	12	14	23

1. Formulare il problema di soddisfare gli ordini in tabella acquistando il minimo numero di lastre. Evidenziare il significato delle variabili introdotte e le unità di misura scelte.
2. Il titolare della vetreria osserva che per soddisfare l'ordine è sufficiente acquistare 14 lastre (8×1) e tagliarle ricavando da ciascuna delle prime 12 una finestra di tipo A (e alcune finestre B e C). Da ciascuna delle ulteriori 2 lastre si può ricavare una finestra di tipo B e completare gli ordini di finestre C. Facendo uso delle condizioni di ortogonalità, confermare o confutare l'ottimalità di questa soluzione.

Esercizio 2

Nella tabella sono riportati gli archi di un digrafo pesato composto da 10 nodi *s*1…9 e 15 archi *a*…*q*. Per ogni arco sono date le coppie di nodi (*x*, *y*), orientate da *x* a *y* (prima riga), il costo dell'arco (seconda riga), e il nome dell'arco (terza riga).

s , 3	*s* , 5	*s* , 9	9 , 2	5 , 2	5 , 1	1 , 6	2 , 4	2 , 7	9 , 7	7 , 8	6 , 8	3 , 1	2 , 8	4 , 6
7	8	8	2	1	5	6	2	10	13	5	5	7	16	7
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*l*	*m*	*n*	*o*	*p*	*q*

2.1. Trovare l'albero dei cammini orientati di peso minimo dal nodo *s* verso tutti gli altri nodi utilizzando la versione efficiente dell'algoritmo di Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i nodi in *S*. Mostrare l'albero dei cammini orientati di costo minimo.
2.2. Dalla tabella ricavare il grafo pesato composto dai vertici *s*1…9. In tabella, per ogni lato è dato il suo costo e il suo nome. Trovare e mostrare un albero ricoprente di costo minimo partendo dal nodo *s* tramite la versione efficiente dell'algoritmo di Prim-Dijkstra. Indicare in quale ordine vengono aggiunti i lati all'albero.
2.3 Motivare le differenze tra gli alberi trovati ai punti 2.1 e 2.2.

"N.B. MOSTRARE TUTTI I PASSI DEGLI ALGORITMI E MOTIVARE OPPORTUNAMENTE OGNI RISPOSTA DATA"

Domanda 3

Illustrare le definizioni di (1) base di una matrice, (2) soluzione base ammissibile di un sistema in forma standard, (3) vertice di un poliedro. Dimostrare che una soluzione ammissibile di un problema di PL in forma standard è un vertice del poliedro delle soluzioni ammissibili (4) se e (5) solo se è una soluzione di base ammissibile.